

Ασκήσεις

1. Δίνονται δύο ασαφή σύνολα A και B. Να βρεθούν οι αντίστοιχοι σχεσιακοί τους Πίνακες R των καρτεσιανών γινομένων με τον τελεστή *min* και με τον τελεστή *πολλαπλασιασμού*.

$$A = \{0,4/\chi_1 + 0,8/\chi_2 + 1/\chi_3\} = (0,4 \quad 0,8 \quad 1)$$

$$B = \{0,5/\chi_1 + 0,7/\chi_2 + 0,6/\chi_3\} = (0,5 \quad 0,7 \quad 0,6)$$

$$R = \begin{bmatrix} \min(0,4,0,5) & \min(0,4,0,7) & \min(0,4,0,6) \\ \min(0,8,0,5) & \min(0,8,0,7) & \min(0,8,0,6) \\ \min(1,0,5) & \min(1,0,7) & \min(1,0,6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,4 \\ 0,5 & 0,7 & 0,6 \\ 0,5 & 0,7 & 0,6 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} (0,4*0,5) & (0,4*0,7) & (0,4*0,6) \\ (0,8*0,5) & (0,8*0,7) & (0,8*0,6) \\ (1*0,5) & (1*0,7) & (1*0,6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,28 & 0,24 \\ 0,3 & 0,56 & 0,48 \\ 0,5 & 0,7 & 0,6 \end{bmatrix}$$

2. Δίνονται δυο συναρτήσεις συμμετοχής $\mu_A(x)$ και $\mu_B(y)$. Να βρεθούν τα αντίστοιχα επακόλουθα για τους συνθετικούς συμπερασματικούς κανόνες:

(A) *max-min Mamdani*

(B) *max-product Larsen*

$$\mu_A(x) = \{0+0+0,4+0,6+0,8+1\}$$

$$\mu_B(y) = \{1+0,7+0,5+0,2+0,2+0,2\}$$

Λύση:

$$\begin{aligned} R = A \times B &= \{\min(\mu_A(x), \mu_B(y))\} = \\ &= \begin{bmatrix} \min(0,1) & \min(0,0,7) & \min(0,0,5) & \min(0,0,2) & \min(0,0,2) & \min(0,0,2) \\ \min(0,1) & \min(0,0,7) & \min(0,0,5) & \min(0,0,2) & \min(0,0,2) & \min(0,0,2) \\ \min(0,4,1) & \min(0,4,0,7) & \min(0,4,0,5) & \min(0,4,0,2) & \min(0,4,0,2) & \min(0,4,0,2) \\ \min(0,6,1) & \min(0,6,0,7) & \min(0,6,0,5) & \min(0,6,0,2) & \min(0,6,0,2) & \min(0,6,0,2) \\ \min(0,8,1) & \min(0,8,0,7) & \min(0,8,0,5) & \min(0,8,0,2) & \min(0,8,0,2) & \min(0,8,0,2) \\ \min(1,1) & \min(1,0,7) & \min(1,0,5) & \min(1,0,2) & \min(1,0,2) & \min(1,0,2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,4 & 0,4 & 0,4 & 0,2 & 0,2 & 0,2 \\ 0,6 & 0,6 & 0,5 & 0,2 & 0,2 & 0,2 \\ 0,8 & 0,7 & 0,5 & 0,2 & 0,2 & 0,2 \\ 1 & 0,7 & 0,5 & 0,2 & 0,2 & 0,2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{max-min Mamdani} = \{1, 0,7, 0,5, 0,2, 0,2, 0,2\}$$

$$\begin{aligned}
 R = A \times B &= \{\min(\mu_A(x), \mu_B(y))\} = \\
 &= \begin{bmatrix} (0*1) & (0*0.7) & (0*0.5) & (0*0.2) & (0*0.2) & (0*0.2) \\ (0*1) & (0*0.7) & (0*0.5) & (0*0.2) & (0*0.2) & (0*0.2) \\ (0.4*1) & (0.4*0.7) & (0.4*0.5) & (0.4*0.2) & (0.4*0.2) & (0.4*0.2) \\ (0.6*1) & (0.6*0.7) & (0.6*0.5) & (0.6*0.2) & (0.6*0.2) & (0.6*0.2) \\ (0.8*1) & (0.8*0.7) & (0.8*0.5) & (0.8*0.2) & (0.8*0.2) & (0.8*0.2) \\ (1*1) & (1*0.7) & (1*0.5) & (1*0.2) & (1*0.2) & (1*0.2) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.28 & 0.2 & 0.08 & 0.08 & 0.08 \\ 0.6 & 0.42 & 0.3 & 0.12 & 0.12 & 0.12 \\ 0.8 & 0.56 & 0.4 & 0.16 & 0.16 & 0.16 \\ 1 & 0.7 & 0.5 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix} \\
 \text{max-product Larsen} &= \{1, 0.7, 0.5, 0.2, 0.2, 0.2\}
 \end{aligned}$$

3. Δίνονται το ασαφές σύνολο $A = \{0.2/x_1 + 0.8/x_2 + 1/x_3\} = (0.2 \ 0.8 \ 1)$ και το σύνολο $R = \begin{pmatrix} 0.7 & 1 & 0.4 \\ 0.5 & 0.9 & 0.6 \\ 0.2 & 0.6 & 0.3 \end{pmatrix}$. Να βρεθεί το επακόλουθο $B = A \ R$, με τους συνθετικούς συμπερασματικούς κανόνες *max-min Mamdani* και *max-product Larsen*.

Λύση

$$B = A \ R = (0.2 \ 0.8 \ 1) \begin{pmatrix} 0.7 & 1 & 0.4 \\ 0.5 & 0.9 & 0.6 \\ 0.2 & 0.6 & 0.3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \min(0.2, 0.7) & \min(0.2, 1) & \min(0.2, 0.4) \\ \min(0.8, 0.5) & \min(0.8, 0.9) & \min(0.8, 0.6) \\ \min(1, 0.2) & \min(1, 0.6) & \min(1, 0.3) \end{bmatrix}$$

Αποτέλεσμα: B=(0,5 0,8 0,6)

Γίνεται το ίδιο με τον κανόνα max-product του Larsen

4. Δίνονται δυο συναρτήσεις συμμετοχής $\mu_A(x)$ και $\mu_B(y)$. Να βρεθούν τα αντίστοιχα επακόλουθα $B' = A' \ R$ χρησιμοποιώντας τους ακόλουθους συνθετικούς συμπερασματικούς κανόνες:
 (A) *max-min Mamdani*
 (B) *max-product Larsen*

$$\begin{aligned}
 \mu_A(x) &= \{0+0.2+0.5+0.7+0.9+0.9\} \\
 \mu_B(y) &= \{0.9+0.7+0.3+0.1+0+0\} \\
 \mu_{A'}(x) &= \{0.7+0.9+0.9+0.7+0.5+0.2\}
 \end{aligned}$$

Λύση:

$$\begin{aligned}
R = A \times B &= \{\min(\mu_A(x), \mu_B(y))\} = \\
&\begin{bmatrix} \min(0,0.9) & \min(0,0.7) & \min(0,0.3) & \min(0,0.1) & \min(0,0) & \min(0,0) \\ \min(0.2,0.9) & \min(0.2,0.7) & \min(0.2,0.3) & \min(0.2,0.1) & \min(0.2,0) & \min(0.2,0) \\ \min(0.5,0.9) & \min(0.5,0.7) & \min(0.5,0.3) & \min(0.5,0.1) & \min(0.5,0) & \min(0.5,0) \\ \min(0.7,0.9) & \min(0.7,0.7) & \min(0.7,0.3) & \min(0.7,0.1) & \min(0.7,0) & \min(0.7,0) \\ \min(0.9,0.9) & \min(0.9,0.7) & \min(0.9,0.3) & \min(0.9,0.1) & \min(0.9,0) & \min(0.9,0) \\ \min(0.9,0.9) & \min(0.9,0.7) & \min(0.9,0.3) & \min(0.9,0.1) & \min(0.9,0) & \min(0.9,0) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0.7 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0.7 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mu_{B'}(y) = \max(\min(\mu_{A'}(x), \mu_R(y)))$$

$$\begin{aligned}
B = A' \times R &= \{\min(\mu_{A'}(x), \mu_R(y))\} = \\
&\begin{bmatrix} \min(0.7,0) & \min(0.7,0) & \min(0.7,0) & \min(0.7,0) & \min(0.7,0) & \min(0.7,0) \\ \min(0.9,0.2) & \min(0.9,0.2) & \min(0.9,0.2) & \min(0.9,0.1) & \min(0.9,0) & \min(0.9,0) \\ \min(0.9,0.5) & \min(0.9,0.5) & \min(0.9,0.3) & \min(0.9,0.1) & \min(0.9,0) & \min(0.9,0) \\ \min(0.7,0.7) & \min(0.7,0.7) & \min(0.7,0.3) & \min(0.7,0.1) & \min(0.7,0) & \min(0.7,0) \\ \min(0.5,0.9) & \min(0.5,0.7) & \min(0.5,0.3) & \min(0.5,0.1) & \min(0.5,0) & \min(0.5,0) \\ \min(0.2,0.9) & \min(0.2,0.7) & \min(0.2,0.3) & \min(0.2,0.1) & \min(0.2,0) & \min(0.2,0) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\text{max-min Mamdani} = \{0.7, 0.7, 0.3, 0.1, 0, 0\}$$

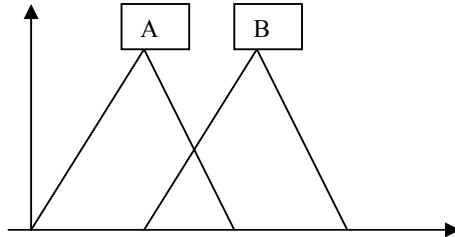
Τα παρακάτω παρουσιάζονται χρησιμοποιώντας τον κανόνα max-product του Larsen

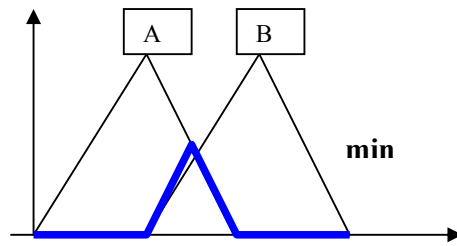
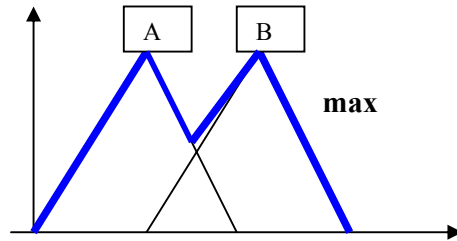
$$\begin{aligned}
R = A \times B &= \{(\mu_A(x) * \mu_B(y))\} = \\
&= \begin{bmatrix} (0*0.9) & (0*0.7) & (0*0.3) & (0*0.1) & (0*0) & (0*0) \\ (0.2*0.9) & (0.2*0.7) & (0.2*0.3) & (0.2*0.1) & (0.2*0) & (0.2*0) \\ (0.5*0.9) & (0.5*0.7) & (0.5*0.3) & (0.5*0.1) & (0.5*0) & (0.5*0) \\ (0.7*0.9) & (0.7*0.7) & (0.7*0.3) & (0.7*0.1) & (0.7*0) & (0.7*0) \\ (0.9*0.9) & (0.9*0.7) & (0.9*0.3) & (0.9*0.1) & (0.9*0) & (0.9*0) \\ (0.9*0.9) & (0.9*0.7) & (0.9*0.3) & (0.9*0.1) & (0.9*0) & (0.9*0) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.18 & 0.14 & 0.06 & 0.02 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0.35 & 0.15 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0.63 & 0.49 & 0.21 & 0.07 & 0 & 0 \\ 0.81 & 0.63 & 0.27 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0.81 & 0.63 & 0.27 & 0.09 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B = A' \times R &= \{(\mu_{A'}(x) * \mu_R(y))\} = \\
&= \begin{bmatrix} (0.7*0) & (0.7*0) & (0.7*0) & (0.7*0) & (0.7*0) & (0.7*0) \\ (0.9*0.18) & (0.9*0.14) & (0.9*0.06) & (0.9*0.02) & (0.9*0) & (0.9*0) \\ (0.9*0.45) & (0.9*0.35) & (0.9*0.15) & (0.9*0.05) & (0.9*0) & (0.9*0) \\ (0.7*0.63) & (0.7*0.49) & (0.7*0.21) & (0.7*0.07) & (0.7*0) & (0.7*0) \\ (0.5*0.81) & (0.5*0.63) & (0.5*0.27) & (0.5*0.09) & (0.5*0) & (0.5*0) \\ (0.2*0.81) & (0.2*0.63) & (0.2*0.27) & (0.2*0.09) & (0.2*0) & (0.2*0) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.162 & 0.126 & 0.054 & 0.018 & 0 & 0 \\ 0.405 & 0.315 & 0.135 & 0.045 & 0 & 0 \\ 0.441 & 0.343 & 0.147 & 0.049 & 0 & 0 \\ 0.405 & 0.315 & 0.135 & 0.045 & 0 & 0 \\ 0.162 & 0.126 & 0.054 & 0.018 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

max-product Larsen = { 0.441, 0.343, 0.147, 0.049, 0, 0 }

5. Δίνονται τα παρακάτω ασαφή σύνολα A και B, να υπολογίσετε τα $\max(\mu_A, \mu_B)$ και το $\min(\mu_A, \mu_B)$.





6. Δίνεται ένα σύστημα ελέγχου που περιγράφεται από τους εξής κανόνες:

R1: Αν x είναι A1 AND y είναι B1, Τότε z είναι C1

R2: Αν x είναι A2 AND y είναι B2, Τότε z είναι C2

Οι συναρτήσεις συμμετοχής για τα αντίστοιχα ασαφή σύνολα είναι:

$$\mu_{A1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, 2 \leq x \leq 5 \\ \frac{8-x}{3}, 5 \leq x \leq 8 \end{cases} \quad \mu_{A2}(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{3}, 3 \leq x \leq 6 \\ \frac{9-x}{3}, 6 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

$$\mu_{B1}(y) = \begin{cases} \frac{y-5}{3}, 5 \leq y \leq 8 \\ \frac{11-y}{3}, 8 < y \leq 11 \end{cases} \quad \mu_{B2}(y) = \begin{cases} \frac{y-4}{3}, 4 \leq y \leq 7 \\ \frac{10-y}{3}, 7 < y \leq 10 \end{cases}$$

$$\mu_{C1}(z) = \begin{cases} \frac{z-1}{3}, 1 \leq z \leq 4 \\ \frac{7-z}{3}, 4 < z \leq 7 \end{cases} \quad \mu_{C2}(z) = \begin{cases} \frac{z-3}{3}, 3 \leq z \leq 6 \\ \frac{9-z}{3}, 6 < z \leq 9 \end{cases}$$

Δίνεται ότι οι τιμές εισόδου είναι:

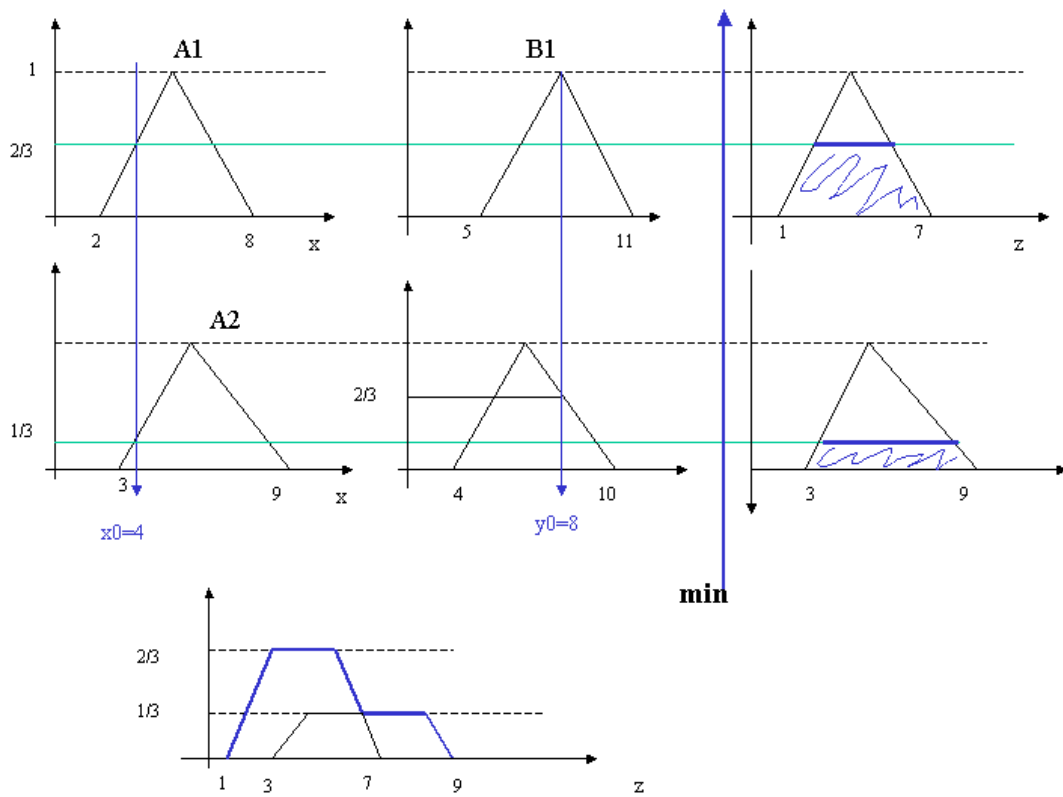
$x_0=4, y_0=8$. Να δείξετε πως υπολογίζεται η τιμή εξόδου ακολουθώντας όλα τα απαραίτητα βήματα.

$$\mu_{A1}(x_0=4) = 2/3$$

$$\mu_{B1}(y_0=8) = 1$$

$$\mu_{A2}(x_0=4) = 1/3$$

$$\mu_{B2}(y_0=8) = 2/3$$



Εφαρμόζοντας τη μέθοδο αποασαφοποίησης CoA έχουμε:

$$z_{COA} = \frac{2 * \left(\frac{1}{3}\right) + 3 * \left(\frac{2}{3}\right) + 4 * \left(\frac{2}{3}\right) + 5 * \left(\frac{2}{3}\right) + 6 * \left(\frac{1}{3}\right) + 7 * \left(\frac{1}{3}\right) + 8 * \left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)} = 4.7$$

$$Z_{MOM} = \frac{3+4+5}{3} = 4.0$$